С.І. Ганжела
Кіровоградський державний педагогічний університет

Формування пізнавальної самостійності учнів при вивченні геометричних задач на побудову

Формування пізнавальної самостійності учнів завжди було ключовою проблемою теорії й практики навчання. Проблеми докорінного удосконалення змісту, методів, засобів і організаційних форм навчання, забезпечення якісного засвоєння знань, підвищення ролі навчання в підготовці учнів до праці в умовах науково-технічного прогресу постійно знаходяться в полі зору педагогічної науки й шкільної практики. Розвиток суспільства ставить перед педагогічною наукою нові проблеми виховання соціально активної людини, яка здатна вільно орієнтуватися в потоках різноманітної інформації.

При розв'язуванні цих актуальних завдань шляхом навчання математики однією із головних є проблема підвищення ступеня самостійності учнів в засвоєнні знань і рівня розвитку відповідних умінь, умінь своєчасно знайти потрібні відомості.

Математичне навчання треба будувати так, щоб перед учнями ставились невеликі проблеми і вони завжди були в творчому пошуку. В той же час, не досить високий в V – VII класах рівень розвитку їх логічного мислення перешкоджає застосуванню дослідницького методу навчання.

Геометричні побудови можуть відігравати серйозну роль в математичній підготовці учнів. Важко переоцінити роль задач на побудову в математичному розвитку школярів. Ні один вид задач не дає стільки матеріалу для розвитку математичної ініціативи і логічних навичок учня, як геометричні задачі на побудову. Вони за своєю постановкою і методами розв'язування не тільки найкращим чином стимулюють накопичення конкретних геометричних представлень, але і розвивають здатність відчутно уявляти собі ту чи іншу геометричну фігуру і, більш того, вміти мислено оперувати елементами цієї фігури. Ці задачі, як правило, не допускають стандартного підходу до їх розв'язування і формального сприйняття їх учнями.

Справа в тому, що задачі на побудову, являючись доступними і зрозумілими за постановкою питання семикласникам, в той же час надзвичайно змістовні в математичному і логічному відношенні – це справжні математичні дослідження в мініатюрі. Їх розв'язування суттєво розвиває логічне мислення, геометричну інтуїцію учнів.

Розв'язування задач на побудову розвиває пошукові навички дослідження практичних проблем, залучає до посильних самостійних досліджень. За допомогою задач на побудову, і навіть найпростіших із них, найбільш глибоко усвідомлюються теоретичні відомості про основні геометричні фігури, оскільки в процесі розв'язування цих задач учні створюють наочні моделі властивостей і відношень, що вивчаються. Розв'язування задач на побудову розвиває такі якості особистості, як увага, наполегливість і цілеспрямованість, ініціатива, винахідливість, дисциплінованість, працелюбність.

Використання педагогічних програмних засобів при вивченні геометричних задач на побудову сприяє ширшому і глибшому проникненню в суть розглядуваної проблеми. Кожен учень отримує унікальну можливість проявити свої індивідуальні здібності, отримати знання на певному рівні абстракції. В учнів формується культура роботи з геометричним матеріалом, виробляються навички опрацювання матеріалу за комп'ютером.

При розв'язуванні конструктивних задач в навчальних умовах схема розв'язування задачі на побудову включає в себе наступні етапи: аналіз, побудова, доведення, дослідження. Враховуючи те, що дослідження розв'язування задачі на побудову часто є набагато важчою задачею, ніж ті, які розв'язуються на попередніх етапах, проведення етапу дослідження розв'язування задачі в середніх класах не є обов'язковим.

В VII класі при розв'язування задачі на побудову доцільно використовувати скорочену схему, яка складається із трьох етапів: аналіз, побудова, доведення.

Розглядаючи з учнями аналіз задачі на побудову, як правило, вважають, що задача розв'язана. Виконують рисунок-ескіз. Користуючись ППЗ “GRAN-2D” [1] при побудові рисунка-ескізу, важливо обрати найбільш зручну послідовність побудов.

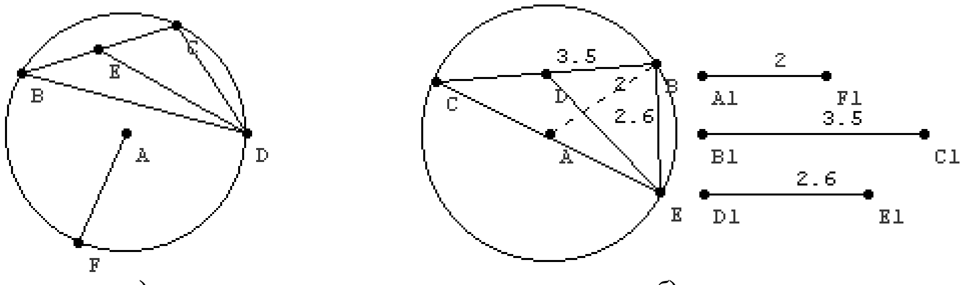
Наведемо розв'язування деяких задач на побудову.

Задача 1. Побудуйте трикутник за стороною, медіаною, проведеною до цієї сторони, і радіусом описаного кола [2].

В цій задачі, якщо спочатку побудувати деякий трикутник, а потім – описати коло, доведеться затратити значні зусилля: треба побудувати описане коло згідно певного алгоритму [3]. Якщо ж спочатку побудувати коло, а потім вписати в нього трикутник, то виконання рисунка-ескізу спроститься.

В нашому випадку для побудови рисунка-ескізу оберемо таку найбільш зручну послідовність побудов:

1.Побудувати коло з центром в довільній точці A радіуса AB.
2.Побудувати на колі довільно ще дві точки C і D.
3.Побудувати вписаний трикутник BCD.
4.Побудувати медіану DE.
5.Побудувати довільно радіус AF (рис. 1*а*).



а) *б*)

Рис. 1

Аналіз. Припустимо, що трикутник *BCD* (рис. 1*а*) шуканий. *BC=a* – дана сторона, *DE=m* – медіана, проведена до сторони *BC*, *AF=R* – радіус кола, яке описане навколо трикутника *BCD*.

Аналізуючи рисунок-ескіз (рис. 1*а*), учні пропонують наступний алгоритм побудови:

1. Обчислити довжини відрізків *R*, *a*, *m*.
2. Побудувати коло з центром в точці *A* довільного радіуса *AB*.
3. Обчислити довжину радіуса *AB*.
4. Переміщуючи точку *B*, досягти рівності: *AB=R*.
5. Побудувати точку *C* на колі.
6. Обчислити довжину *BC*.
7. Переміщуючи точку *C* по колу, досягти рівності: *BC=a*.
8. Побудувати точку *D* – середину відрізка *BC*.
9. Побудувати точку *E* на колі.
10. Обчислити довжину *DE*.
11. Переміщуючи точку *E* по колу, досягти рівності: *DE=m*.
12. Побудувати шуканий трикутник *BCE* (рис. 1*б*).

Доведення. Трикутник *BCE* задовольняє умові задачі, оскільки:

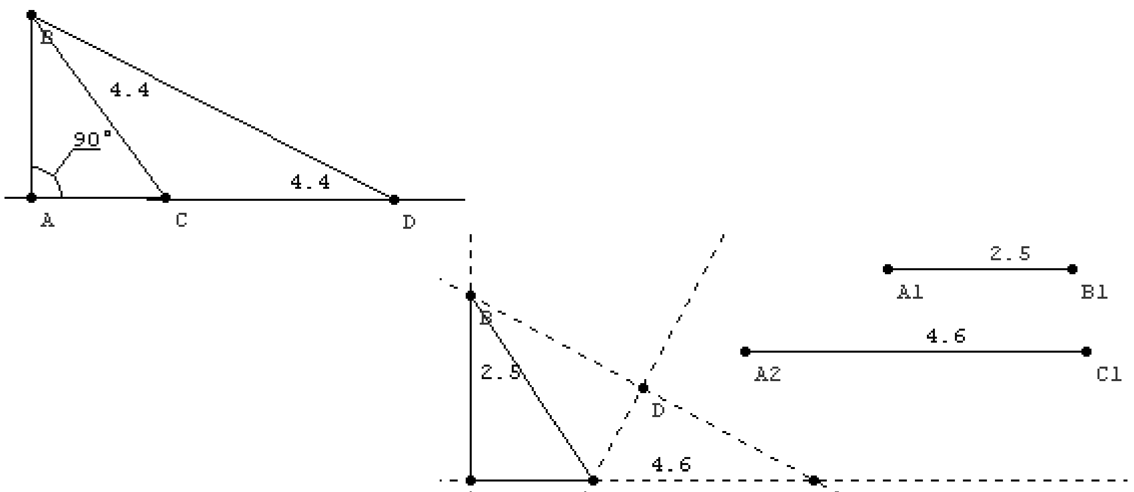
1) він вписаний в коло з радіусом *R*;
2) сторона *BC=a*;
3) *DE* – медіана, яка проведена до сторони *BC* і *DE=m*.

Задача 2. Побудуйте прямокутний трикутник за катетом і сумою другого катета й гіпотенузи [2].

Методична схема проведення аналізу при розв'язуванні задачі на побудову трикутника така: побудувати рисунок-ескіз шуканого трикутника, з'ясувати якими властивостями володіють кожна з його вершин, визначити яким чином встановленою властивістю можна скористатися для побудови трикутника.

Алгоритм побудови рисунка-ескізу може бути таким:

1. Побудувати довільний трикутник *ABC*.
2. Обчислити значення кута *A*.
3. Переміщуючи вершини трикутника, досягти такого їх розташування, щоб значення кута *A* дорівнювало *90°*.
4. Побудувати пряму *AC*.
5. Обчислити довжину гіпотенузи *BC*.
6. Побудувати на прямій *AC* точку *D*.
7. Обчислити довжину відрізка *CD*.
8. Переміщуючи точку *D* по прямій *AC*, досягти рівності: *CD=BC*.
9. Побудувати відрізок *BD* (рис.2*а*).



а) *б*)

Рис. 2

Вважаючи трикутник *ABC* – шуканим, маємо: *AB=a*, *AD=d*, де *d=AC+BC*. Проаналізувавши рисунок-ескіз (рис.2*а*), учні пропонують такий алгоритм побудови:

1. Побудувати пряму *AB*.

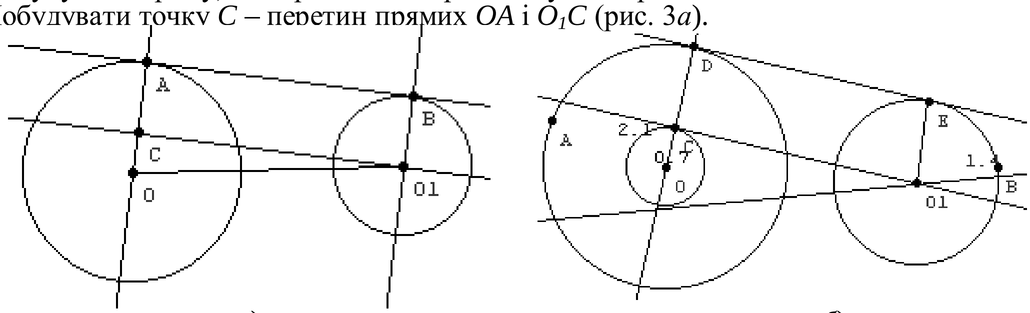
2. Побудувати пряму AC, яка проходить через точку A перпендикулярно до прямої AB.
3. Обчислити довжини даних відрізків a і d.
4. Обчислити довжину катета AB.
5. Переміщуючи точку B, досягти рівності: $AB=a$.
6. Побудувати точку C на прямій AC.
7. Обчислити довжину відрізка AC.
8. Переміщуючи точку C по прямій AC, досягти рівності: $AC=d$.
9. Побудувати пряму BC.
10. Побудувати точку D – середину відрізка BC.
11. Побудувати пряму, яка проходить через точку D, перпендикулярно до прямої BC.
12. Побудувати точку E – перетин прямих AC і DE.
13. Побудувати шуканий трикутник ABE.
14. “Заховати” прямі AB, AC, BC і DE (рис.2*б*).

Доведення. Трикутник ABE – прямокутний, катет $AB=a$. Оскільки трикутник BCE – рівнобедрений, то $BE=CE$, а тому $AE+BE=d$.

Задача 3. Побудувати дотичну до двох кіл.

Креслення-ескіз можна зробити згідно такого алгоритму:

1. Побудувати довільно коло з центром в точці O радіуса OA.
2. Побудувати в точці A дотичну до цього кола.
3. Побудувати точку B на цій дотичній.
4. Побудувати в точці B пряму, перпендикулярної до дотичної AB.
5. Побудувати довільно точку O_1 на перпендикулярі BO_1.
6. Побудувати коло з центром в точці O_1 радіуса O_1B.
7. Побудувати пряму OA.
8. Побудувати відрізок OO_1.
9. Побудувати пряму, яка проходить через точку O_1 паралельно дотичній AB.
10. Побудувати точку C – перетин прямих OA і O_1C (рис. 3*а*).



а) *б*)

Рис. 3

Аналіз. Припустимо, що AB – шукана дотична (рис. 3*а*). Радіуси OA і O_1B перпендикулярні до дотичної AB. Оскільки пряма O_1C паралельна до дотичної AB, то $O_1C \perp OA$. Звідси, O_1C – дотична до кола з центром в точці O радіуса OC, де $OC=OA\text{-}O_1B$.

Учні завантажують файл-завдання, в якому побудовані два кола.

Алгоритм побудови:

1. Обчислити довжини радіусів OA і O_1B кіл відповідно.
2. Обчислити різницю довжин радіусів: $a=OA\text{-}O_1B$.
3. Побудувати допоміжне коло з центром в точці O радіуса a.
4. Побудувати з точки O_1 дотичну до допоміжного кола.
5. Побудувати точку C – точку перетину дотичної O_1C і допоміжного кола.
6. Побудувати пряму OC.
7. Побудувати точку D – перетин прямої OC і кола з центром в точці O радіуса OA.
8. Побудувати дотичну в точці D до даного кола.
9. Побудувати точку E – перетин дотичної, яка проходить через точку D, і другого даного кола.
10. DE – шукана дотична (рис. 3*б*).

Доведення. Оскільки DE – дотична до кола, то вона перпендикулярна до OC, а значить пряма CO_1 паралельна DE. Чотирикутник DEO_1C – прямокутник, тоді $EO_1 \perp DE$. Виходить, що DE дотикається і другого даного кола. DE – шукана дотична.

Другий варіант побудови може бути таким. Спочатку будується прямокутний трикутник OO_1D ($\angle ODO_1=90°$) за гіпотенузою OO_1 і катетом $OD=OA\text{-}O_1B$ (рис. 4), а потім знаходяться точки дотику E і F дотичної до даних кіл.

Користуючись файлом-завданням, учні виконують такий алгоритм побудови:

1. Побудувати точку C – середину відрізка OO_1.
2. Побудувати допоміжне коло з центром в точці C радіуса OC.
3. Обчислити довжини радіусів OA і O_1B.
4. Обчислити різницю довжин радіусів: $a=OA\text{-}O_1B$.
5. Побудувати друге допоміжне коло з центром в точці O радіуса a.
6. Побудувати точку D – перетин двох допоміжних кіл.
7. Побудувати пряму OD.
8. Побудувати точку E – перетин прямої OD і кола з центром в точці O радіуса OA.
9. Побудувати дотичну в точці E до кола з центром в точці O радіуса OA.

10. Побудувати точку F – перетин щойно побудованої дотичної і кола з центром в точці O_1 радіуса O_1B.

EF – шукана дотична (рис. 4).

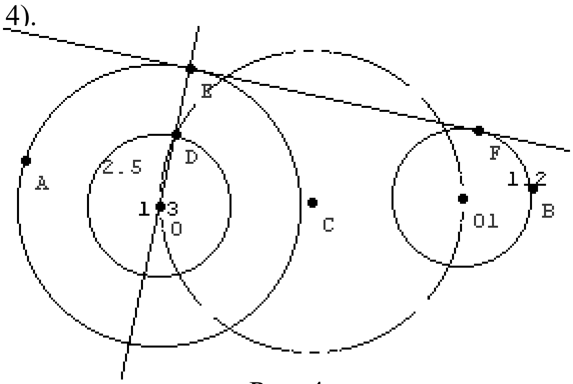


Рис. 4

Задача 4. Побудуйте дотичну до кола, яка проходить через дану точку.

Дано: коло з центром в точці O радіуса OA, точка B.

Побудувати: BC – дотична до кола, яка проходить через дану точку B.

В даній задачі дотичну до кола, що проходить через дану точку B, побудувати на комп’ютері дуже просто, оскільки на панелі інструментів є спеціальна кнопка побудови дотичної до кола. В зв’язку з цим для побудови дотичної треба: “натиснути” кнопку на панелі інструментів із зображенням дотичної до кола. За допомогою мишки в полі зображень необхідно послідовно вказати на зображення точки B і кола.

Якщо ж розв’язати цю задачу на побудову традиційним способом, то алгоритм побудови буде таким:

1.З’єднати центр кола O з точкою B. (Побудувати відрізок OB).

2.На відрізку OB, як на діаметрі, побудувати допоміжне коло.

3.Позначити через C – точку перетину двох кіл.

4.Побудувати дотичну BC.

Розглядаючи розв’язування цих задач, можна констатувати, що з впровадженням сучасних інформаційних технологій в навчальний процес змінюється реалізація загальноприйнятих в математиці прийомів побудови геометричних фігур, змінюється алгоритмічне мислення учнів, змінюється робоча обстановка в навчальному процесі. Робота в комп’ютерному класі вимагає як від учителя, так і від учнів, зовсім іншого в психолого-педагогічному плані і методичному забезпеченні підходу до процесу навчання.

Ефективне застосування педагогічних програмних засобів навчання математики сприяє формуванню пізнавальної самостійності учнів середніх класів. Отже, поява в середній школі персональних комп'ютерів спонукує педагогів до пошуку нових, більш ефективних методів, прийомів, засобів навчання. Нові підходи дають можливість дещо по-іншому дивитися на вивчення певних тем і розділів. Використання комп’ютерів на уроках математики сприяє активізації пізнавальної самостійності учнів.

Сформованість пізнавальної самостійності школярів на основі впровадження сучасних інформаційних технологій навчання суттєво впливає на моральні якості учнів: у них долається невпевненість в можливості досягти відчутних успіхів у засвоєнні математики; з’являється впевненість в своїх силах, задоволення процесом роботи, звичка систематично працювати.

ЛІТЕРАТУРА

1. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп’ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2000. – 168 с.: іл.
2. Погорєлов О. В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 7–9 кл. серед. шк. –4-те вид.–К.: Освіта, 2000.– 223 с.
3. Ганжела С.І. Використання ППЗ “GRAN-2D” на уроках геометрії: навчально-методичний посібник. / За ред. акад. АПН України, д-ра пед. наук, проф. М.І. Жалдака. – Кіровоград: РВВ КДПУ імені Володимира Винниченка, 2004. – 144 с.